Licence Mathématiques

Présentation

La licence mention mathématiques se déroule sur trois années et s'adresse aux bacheliers de série générale avec spécialisation mathématique, physique ou NSI (Numérique et Sciences Informatiques). Elle permet d'acquérir une solide formation mathématique. Elle a vocation à former les étudiants sur les grandes problématiques des mathématiques, à leur donner les outils et les méthodes nécessaires à la pratique des nombreuses applications des mathématiques. Elle offre un grand nombre de possibilités de poursuites des études, non seulement en mathématiques, (enseignement, ingénierie mathématique, statistiques, recherche), mais également dans d'autres sciences, en finances ou en ingénierie.

Admission

Pré-requis

Formation(s) requise(s)

- Baccalauréat série générale spécialisation mathématique, physique ou NSI (pour une entré en L1)
- Bac+1 (pour une entrée en L2)
- Bac+2 (pour une entrée en L3) avec dominante mathématiques (par ex CPGE)

Candidature

Modalités de candidature

Entrée en L1 :

- PARCOURSUP
- Candidature sur dossier papier pour les étudiants non scolarisés en France.

Entrée en L2 et L3 :

- e-candidat
- ETUDES EN FRANCE pour les étudiants non scolarisés en France

Durée de la formation

- 3 années

Lieu(x) de la formation

- Site de Saint-Martin

Public

Niveau(x) de recrutement

- Baccalauréat général

Stage(s)

Oui, obligatoires (, à l'étranger), optionnels (multiples,)

Langues d'enseignement

- Français
- Anglais

Modalités

- Présentiel

Renseignements

raina.dehy@cyu.fr

(+33)1 34 25 66 61

Et après ?

Niveau de sortie

Année post-bac de sortie

- Bac +3

Niveau de sortie

- BAC +3

Activités visées / compétences attestées

Utiliser le langage mathématique pour comprendre les démonstrations, théorèmes, textes. Manipuler les principaux concepts, résultats et méthodes de raisonnement des mathématiques pures et appliquées. Construire et rédiger une démonstration mathématique rigoureuse et synthétique. Apprécier les limites de validité d'un calcul, d'une méthode d'approximation. Utiliser un langage de programmation ou un logiciel de calcul scientifique comme Python. Organiser un travail autonome ou en petit groupe.

Poursuites d'études

- Master mathématique (4 parcours)
- Master Mathématiques appliquées à l'ingénierie financière
- Master MEEF ,
- Cycle ingénieur

Programme

Syllabus des mineures L2 et L3

L1 MIPI

Nous présentons ici les cours de mathématiques de la première année du portail MIPI.

Semestre 1

Algèbre linéaire

Volume horaire : 18h de CM et 36h de TD

Prerequis : Aucuns

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'algebre lineaire

Programme du cours :

1. Nombre complexes (4,5 - 5 semaines)
i. Forme algebrique,operations elementaires.
ii. Racine carree, resolution d’une equation du second degre.
iii. Formetrigonometrique,interpretationgeometrique.
iv. Exponentielle d'un nombre complexe. Racines niemes d'un nombre complexe.

2. Systemes lineaires en petite dimension (1 semaine)
i. Systèmes équivalents.
ii. Méthode du pivot de Gauss.

3. Espaces vectoriels (4 semaines)
i. Premiers exemples d’espaces vectoriels : R2 ; R3, R .
Definition de la somme, du produit par un scalaire.
ii. Notions d'espace vectoriel, de sous-espace vectoriel.
iii. Exemples « theoriques » de e.v. : intersection et la somme des s.e.v.
iv. Familles libres, liees, generatrices. Bases.
v. Dimension et theoremes en dimension finie (Grassmann).
vi. Somme directe, sous-espaces complementaires.

4. Applications lineaires (2 semaines)
i. Applications lineaires, endomorphismes.
ii. Noyau et image d'une application lineaire.
iii. Theoreme sur la dimension du noyau et de l’image d’une application lineaire.

Analyse 1

Volume horaire : 18h de CM et 36h de TD

Prerequis : Aucuns

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des fonctions d’une variable reelle

Programme du cours :

1. Rudiments de logique, nombres reels (2,5 semaines)
i. Implication, equivalence, reciproque, contraposee. Quantificateurs. Negation d'une proposition. Recurrence.
ii. Sous-ensembles. Intersection, reunion, produit cartesien.

iii. Relations d’ordre. Inegalites et inequations dans R : valeur absolue, inegalite triangulaire.
ivSous-ensembles de R : intervalles, ensembles minores, majores et bornes.

2. Etude de fonctions (4 semaines)
i.Applications, image directe et reciproque d’une partie, composition.
ii. Definitions a base de quantificateurs : fonctions bornees, croissantes, decroissantes, paires, impaires, periodiques.
iii. Operations algebriques sur les fonctions.
iv. Rappels et complements sur les calculs de limites. Limites et relation d'ordre (la definition de limite sera vue au 2nd semestre ; pas de demonstration a ce niveau).
v. Derivee. Operations algebriques.
vi. Derivee des fonctions usuelles, derivee d’une composee de fonctions.
vii. Lien entre le signe de la derivee et la variation de la fonction. Etude de fonctions : tableau de variation, minimum et maximum.

3. Derivees d’ordre superieur (2,5 semaines)
i. Derivees d’ordre superieur.
ii. Formule de Taylor-Young.
iii. Developpements limites usuels, operations algebriques sur les developpements limites.
iv. Calculs de developpements limites et applications au calcul de limites.

4. Calcul de primitives (3 semaines)
i.Primitives usuelles.
ii.Integration par parties.
iii. Changementdevariables.

Semestre 2

Algèbre linéaire 2

Volume horaire : 18h de CM et 36h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1 et M1' Analyse 1

Enjeux du cours : Consolider les bases de l'algebre lineaire Programme du cours :

1.Matrices (2 semaines)
i.Definition, differents types de matrices (colonne/ligne, carree, triangulaire, diagonale...)
ii. Les 2 operations vectorielles avec les matrices, le produit. Transportation.
iii. Matriceinverse,rangd’unematrice.Matricesequivalentes.
iv. L’espace vectoriel des matrices. Base dans cet e.v., dimension.

2. Determinants (2,5 semaines)
i. Determinant d'une matrice carree, d'une famille de vecteurs.
ii. Calculs de determinants.
iii. Lien avec l'independance lineaire des vecteurs.
iv. Matrices inversibles : lien avec le determinant.

2. Lien entre les applications lineaires et les matrices (1,5 semaines)
i. Matrice d’une application lineaire.
ii. Matrice de passage vue comme matrice de l’endomorphisme identique.
iii. Application : changement des coordonnees d’un vecteur lors du changement de la base.

3. Polynomes (3 semaines)
i. Fonction polynome, structure vectorielle des polynomes.
ii. Degre. Divisibilite, division euclidienne. Polynome derive.
iii. Racinesd'unpolynome:definition,multiplicite,utilisationdespolynomesderives.
iv. Polynomes irreductibles dans C, dans R. Factorisation.

4. Equations differentielles lineaires (3 semaines)
i. Definition des equations differentielles lineaires, equations sans second membre. Structure lineaire des solutions.
ii. Resolution des equations differentielles lineaires d’ordre 1 a coefficients variables.

iii. Resolution des equations differentielles lineaires d’ordre 2 a coefficients constants avec second membre du type exponentiel, polynome.

Analyse 2

Volume horaire : 18h de CM et 36h de TD

Prerequis : Majeure M1' Analyse 1, Algebre1

Enjeux du cours : Consolider les bases de l'etude des fonctions d’une variable reelle

Programme du cours :

1. Suites de nombres reels (4 semaines)
i. Distance sur R, voisinage d’un point de la droite reelle.
ii. Definition d’une suite. Exemples des suites arithmetiques, geometriques. Suites croissantes, decroissantes, bornees.
iii. Limites de suites, operations sur les limites, limites usuelles, theoremes de comparaison.
iv. Bornes superieures et inferieures dans R, theoreme des suites monotones, suites adjacentes.
v. Suites extraites, theoreme de Bolzano-Weierstrass (admis), suites de Cauchy.

2. Limites de fonctions, continuite (3 semaines)
i.Definition de limite de fonctions. Operations sur les limites.
ii. Continuite, continuite a gauche, a droite. Prolongement par continuite.
iii. Caracterisation sequentielle de la continuite.

3. Proprietes d’une fonction continue sur un intervalle (1,5 semaines)
i. Theoreme des valeurs intermediaires. Preuve avec les suites adjacentes (dichotomie).
ii. Image d’un segment par une application continue. Preuve avec le theoreme de Bolzano-Weierstrass.

4. Derivees, theoreme des accroissements finis (2 semaines)
i. Rappels sur les derivees.
ii. Theoreme de Rolle, theoreme des accroissements finis, inegalite des accroissements finis.
iii. Applications: lien entre sens de variation et signe de la derivee (preuve du resultat deja vu en Analyse 1), formule de Taylor-Lagrange.

5. Fonctions reciproques (1,5 semaines)

L2

Nous présentons ici les cours de la majeure mathématiques que chaque étudiant complètera avec deux mineures par semestre choisis dans la formation de son choix.

Semestre 1

Algèbre linéaire 3

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1 et M2 Algebre lineaire 2

Enjeux du cours : Acquerir les bases de la reduction des applications lineaires

Programme du cours :

1. Elements propres des endomorphismes et des matrices
i. Matrice d’une application lineaire (rappel).
ii. Changement de bases, matrice de passage.
iii. Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d’un endomorphisme, d’une matrice carree.
iv. Polynome caracteristique d’un endomorphisme, d’une matrice carree, lien avec les valeurs propres, ordre de multiplicite d’une valeur propre.
v. Enonce du theoreme de Cayley-Hamilton.

2. Diagonalisation des endomorphismes et des matrices
i. Rappels sur somme et somme directe de sous-espaces vectoriels.
ii. Matrices diagonales, matrices diagonalisables, endomorphismes diagonalisables.
iii. Caracterisation par la somme directe des sous-espaces propres, par leurs dimensions.

Fonctions plusieurs variables

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1, M1' Analyse 1, M2 Algebre lineaire 2 et M2 Analyse 2

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des fonctions de plusieurs variables reelles

Programme du cours :

1. Normes sur R^n
i. Normes, distances, bornes.
ii. Boules, ouverts, voisinages.
iii. Fermes, compacts.

2. Fonctions de R^2 dans R
i. Limites, continuite, cas compact.
ii.Derivees partielles, differentiabilite,,notation differentielle, applications de classe C^1, points critiques.
iii. Derivees partielles du produit, de la somme, de la composee.
iv. Derivees partielles d'ordre k, applications de classe C^k, theoreme de Schwartz, extremums locaux.
v. Fonctions convexes de R dans R, de R^2 dans R.

3. Fonctions de R^n dans R^d
i. Limites, continuite.
ii. Derivees partielles, matrice jacobienne, differentiabilite, differentielle, applications de classe C^1.

Probabilités

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1 et M1' Analyse 1

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des probabilites

Programme du cours :

1. Denombrement
i. Cardinal d’un ensemble fini, d’un produit, d’une reunion d’ensembles finis.
ii. Combinaisons, formules de Pascal et du binome de Newton.

2. Probabilites discretes
i. Univers, evenements aleatoires.
ii. Probabilite, espaces de probabilite, probabilite uniforme.
iii. Probabilites conditionnelles et independance.
iv. Variables aleatoires discretes, loi et fonction de repartition d’une variable aleatoire, exemples des lois uniforme, de Bernoulli, binomiale, geometrique et de Poisson.
v. Couple de variables aleatoires, variables aleatoires independantes.
vi. Esperance, variance, ecart-type et covariance.
vii. Moyenne empirique, loi faible des grands nombres.
viii. Fonctions generatrices, applications combinatoires

Séries

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M1' Analyse 1 et M2 Analyse 2

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des series

Programme du cours :

1. Comparaison des suites numeriques
i. Relations O et o.
ii. Relation d'equivalence.
iii. Determination pratique des equivalents.

2. Series numeriques
i. Somme partielle, convergence d'une serie.
ii. Operations sur les series, series de reference.
iii. Convergence absolue, criteres de convergence pour les series a termes positifs, comparaison a la primitive.
iv. Produit de Cauchy de deux series.

3. Series de fonctions
i. Convergences simple et normale.
ii. Preservation de la continuite.
iii. Integration sur un segment de la fonction somme, primitive d'une serie de fonctions.
iv. Preservation de la derivabilite.

4. Series entieres
i. Rayon et disque de convergence, criteres de calcul du rayon.
ii. Operations sur les series entieres.
iii. Continuite et derivabilite des series entieres.
iv. Fonctions developpables en series entieres, developpements usuels.

Semestre 2

Algèbre bilinéaire

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1, M2 Algebre lineaire 2 et M4 Algebre lineaire 3

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l’algebre bilineaire

Programme du cours :

1. Formes bilineaires et formes quadratiques
i. Formes bilineaires, changements de bases.
ii. Dualite, rang d’une forme bilineaire, formes bilineaires non degenerees.
iii. Formes bilineaires symetriques, formes quadratiques. Formule de polarisation.
iv. Methode de Gauss, orthogonalite, loi d’inertie de Sylvester.

2. Espaces euclidiens
i. Produits scalaires, normes euclidiennes, inegalite de Cauchy-Schwarz, Orthogonalite, theoreme de Pythagore, sous-espace orthogonal, projection orthogonale.
ii. Familles orthogonales, orthonormales, bases orthonormales. Orthonormalisation de Gram- Schmidt

3. Endomorphismes orthogonaux et symetriques
i. Endomorphismes adjoints, orthogonaux, symetries orthogonales, rotations.
ii. Endomorphismes symetriques, theoreme spectral.

Analyse

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M1’ Analyse 1, M2 Analyse 2, M3 Series, M3 Algebre lineaire 3 et M4 Fonctions de plusieurs variables

Enjeux du cours : Approfondir les connaissances en analyse fonctionnelle, en resolution des equations differentielles et en topologie.

Programme du cours :

1. Espaces vectoriels normes de dimension finie
i. Normes, distances, equivalence des normes.
ii. Convergence des suites, suites extraites, valeurs d’adherence.
iii. Boules, ouverts, voisinages, interieurs.
iv. Fermes, adherences, compacts
v. Topologie de R : caracterisation des compacts en tant que fermes bornes.
vi. Fonctions d’une variable reelle : continuite, continuite uniforme, cas compact, theoreme de Heine.
vii. Suites de Cauchy, completude, theoreme du point fixe.

2. Suite de fonctions d'une variable réelle
i. Convergences simple et uniforme, norme uniforme.
ii. Preservation de la continuite.
iii. Integration sur un segment de la fonction somme, primitive d'une suite de fonctions.
iv. Preservation de la derivabilite.
v. Application aux series de fonctions.

3. Equations differentielles lineaires
i. Systeme differentiel lineaire, probleme de Cauchy, enonce du theoreme de Cauchy lineaire.
ii.Equations homogenes, avec second membre, structures de l’ensemble des solutions.
iii. Exponentielle d’une matrice, calcul de l’exponentielle dans le cas diagonalisable.
iv. Systemes differentiels a coefficients constants, methode de variation de la constante dans le cas constant.

Intégration

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M1' Analyse 1, M2 Analyse 2, M3 Series et M4 Fonctions de plusieurs variables.

Enjeux du cours : Acquerir les bases du calcul integral

Programme du cours :

1. Integration sur un segment
i. Subdivisions, fonctions en escaliers, fonctions continues par morceaux.
ii. Integrale de Riemann, sommes de Riemann.
iii. Lien avec les primitives, integration par parties, changement de variables.

2. Integrales generalisees.
i. Integrales convergentes, exemples des integrales de Riemann.
ii. Integrales absolument convergentes, criteres d’integrabilite pour les fonctions positives.
iii. Integrales semi-convergentes.

3. Integrales a parametres
i. Fonctions definies par une integrale sur un segment, theoremes de continuite et de derivabilite.
ii. Enonce du theoreme de convergence dominee, continuite et derivabilite des fonctions definies par une integrale generalisee.

4. Integrales doubles et triples
i. Integrales doubles et triples des fonctions continues sur un domaine simple (rectangle, triangle, boule).
ii. Theoreme de Fubini, permutation des series et des integrales.
iii. Changement de variables dans les integrales doubles et triples.

Structures algébriques

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M1 Algebre lineaire 1 et M2 Algebre lineaire 2

Enjeux du cours : Acquerir les bases de la theorie des groupes et de l’arithmetique

Programme du cours :

1. Arithmetique dans Z
i. Ideaux de Z, PGCD, algorithme d'Euclide, PPCM.
ii. Nombres premiers entre eux, theoremes de Bezout et de Gauss.
iii. Nombres premiers, decomposition en facteurs premiers.
iv. Anneaux Z/nZ, theoreme chinois.

2. Groupes.
i. Lois de composition internes, groupes, sous-groupes, morphismes de groupes.
ii. Groupes des permutations, cycles, transpositions, signature.
iii. Congruences, groupes Z/nZ, racines de l'unite.
iv. Groupes monogenes et cycliques, ordre d'un element dans un groupe.

3. Arithmetique dans K[X]
i. Ideaux de K[X], PGCD, algorithme d'Euclide, PPCM.
ii. Polynomes premiers entre eux, theoremes de Bezout et de Gauss.
iii. Polynomes irreductibles, decomposition en facteurs irreductibles, polynomes irreductibles de C[X] et de R[X].

L3 mathématiques

Semestre 1

Algèbre linéaire 4

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M4 Algebre lineaire 3 , M5 Algebre bilineaire et M6 Structures algebriques.
Enjeux du cours : Approfondir la mise en œuvre de la reduction des applications lineaires.

Programme du cours :

1. Trigonalisation des matrices (2 semaines)
i. Matrices triangulaires, trigonalisables.
i. Caracterisation par le caractere scinde du polynome caracteristique, cas complexe.

2. Polynomes d'endomorphismes et de matrices (7 semaines)
i. Polynomes d'endomorphismes, polynomes annulateurs, polynome minimal, theoreme de Cayley-Hamilton.
ii. Sous-espaces stables, endomorphismes induits, lemme des noyaux, sous-espaces caracteristiques, applications a la diagonalisation et a la trigonalisation.
iii. Matrices nilpotentes, decomposition de Dunford, reduction de Jordan*.
iv. Applications au calcul des puissances et de l'exponentielle des matrices.

3. Espaces hermitiens (4 semaines)
i. Formes sesquilineaires, produits scalaires hermitiens, normes hermitiennes, inegalite de Cauchy-Schwarz, formule de polarisation.
ii. Orthogonalite, sous-espace orthogonal, projection orthogonale.
iii. Familles orthogonales, orthonormales, bases orthonormales.
iv. Endomorphismes adjoints et unitaires.
v. Endomorphismes hermitiens, theoreme spectral.

Analyse complexe

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration, M6 Analyse 3.
Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'analyse complexe.

Programme du cours :

1. Fonctions analytiques (5 semaines)
i. Rappels sur les series entieres, rayon et disque de convergence, operations elementaires, continuite et derivabilite.
ii. Fonctions analytiques, caractere holomorphe des fonctions analytiques.
iii. Connexite*, connexite par arcs, principe du prolongement analytique et des zeros isoles.
iv. Exponentielle complexe, fonctions hyperboliques et trigonometriques, determinations du logarithme.

2. Fonctions holomorphes (8 semaines)
i. Fonctions holomorphes, conditions de Cauchy-Riemann.
ii. Integrale sur des chemins, indice d'un point par rapport a un lacet.
iii. Formule de Cauchy, primitives des fonctions holomorphes, analyticite des fonctions holomorphes (admis).
iv. Inegalites de Cauchy, theoreme de Liouville, de d'Alembert-Gauss.
v. Singularites des fonctions holomorphes, series de Laurent, fonctions meromorphes, theoreme des residus.
vi. Fonctions harmoniques, lien avec les fonctions holomorphes, propriete de la moyenne, principe du maximum*.

Bibliographie : Eric Amar et Etienne Matheron, Analyse complexe, Cassini, 2004. Michele Audin, Analyse complexe, 2011.
Walter Rudin, Analyse reelle et complexe, Dunod, 2020.

Théorie de la mesure

Volume horaire : 39h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M3 Probabilites, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration et M6 Analyse 3.

Enjeux du cours : Acquerir les bases de la theorie de la mesure.

Programme du cours :

1. Espaces mesurables (2 semaines)
i. Tribus, ensembles mesurables, tribu de Borel.
ii. Mesures positives, mesure de Lebesgue, mesures de comptage, ensembles negligeables.
iii. Integration des fonctions mesurables (5 semaines)
iv. Fonctions etagees, mesurables, approximation par les fonctions etagees.
v. Integrale d'une fonction etagee, d'une fonction mesurable, theoreme de convergence monotone, lemme de Fatou.
vi. Fonctions integrables, theoreme de convergence dominee.
vii. Integrales dependant d'un parametre, theoremes de continuite et de derivabilite.

2. Integration sur les espaces produits (3 semaines)
i. Tribus et mesures produit.
ii. Theoreme de Fubini.
iii. Changements de variables dans R .

3. Espaces de Lebesgue (3 semaines)
i. Espaces de Lebesgue, inegalites de Holder, de Minkowski, theoreme de Riesz-Fisher.

Analyse numérique

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration et M6 Analyse 3.

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'analyse numerique dans le cadre des fonctions de la variable reelle et les mettre en œuvre dans le langage Python.

Programme du cours :

1. Calcul approche des zeros d'une fonction (3 semaines)
i. Methodes iteratives, estimation de l'erreur, vitesse de convergence, methodes de Picard et de Newton.
ii. Methodes d'encadrement, methode de la dichotomie.

2. Approximation polynomiale (3 semaines)
i. Interpolation de Lagrange, estimation de l'erreur d'interpolation.
ii. Enonce du theoreme de Weierstrass.

3. Calcul approche d'integrales (3 semaines)
i. Methodes de quadratures elementaires et composees, methodes des rectangles.
ii. Methodes de Newton-Cotes, methode des trapezes.

4. Calcul approche d'integrales (3 semaines)
i. Methodes de quadratures elementaires et composees, methodes des rectangles.
ii. Methodes de Newton-Cotes, methode des trapezes.

5. Resolution approchee des equations differentielles ordinaires (4 semaines)
i. Methodes a un pas, methodes d'Euler, criteres de consistance, de stabilite, de convergence, ordre d'une methode.
ii. Methodes de Runge-Kunta

Bibliographie : Jean-Pierre Demailly. Analyse numerique et equations differentielles, EDP Sciences, 2006.

Semestre 2

Géométrie

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M4 Algebre lineaire 3, M5 Algebre bilineaire, M6 Structures algebriques et M7 Algebre lineaire 4.

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des transformations geometriques. Programme du cours :

1. Geometrie vectorielle (3 semaines)
i. Groupe lineaire, special lineaire.
ii. Transvections, dilatations.

2. Geometrie affine (4 semaines)
i. Espace affine, applications affines, sous-espaces affines, reperes affines.
ii. Groupe affine, homotheties, translations.
iii. Barycentres, parties convexes, enveloppe convexe.

3. Geometrie euclidienne (5 semaines)
i. Groupe orthogonal, special orthogonal, reflexions, rotations.
ii. Isometries affines, deplacements, antideplacements, similitudes.
iii. Classification des isometries et similitudes en dimension 2.
iv. Utilisation des nombres complexes en geometrie plane.

4. Geometrie projective* (1 semaine)
i. Droite, plan et espace projectifs.

Probabilités, statistiques

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M3 Probabilites, M5 Integration, M6 Analyse 3 et M8 Theorie de la mesure.

Enjeux du cours : Approfondir l'etude des probabilites et aborder celle des statistiques.

Programme du cours :
1. Espace probabilise. Operations sur les probabilites (2 semaines)
i. Tribus d'evenements, mesure de probabilite, espace probabilise.
ii. Probabilites conditionnelles et independance.

2. Variables et vecteurs aleatoires (5 semaines)
i. Variables aleatoires, loi, fonction de repartition, esperance, variance
ii. Inegalites remarquables : inegalite de Markov, inegalite de Bienaime-Tchebychev, rappel de l'inegalite de Cauchy-Schwarz.
iii. Rappels sur les variables aleatoires discretes, lois usuelles: uniforme, Bernoulli, binomiale, hypergeometrique, geometrique, Poisson.
iv. Variables aleatoires a densite, lois usuelles : uniforme, normale, exponentielle, gamma. Changement de lois.
v. Vecteurs aleatoires, lois marginales, independance de variables aleatoires.
vi. Fonctions caracteristiques et fonctions generatrices.

3. Theoremes limites (3 semaines)
i. Modes de convergence des suites de variables aleatoires, convergences en moyenne, en moyenne quadratique, en probabilite, presque sure, en loi.
ii. Rappels du theoreme de convergence monotone et du theoreme de convergence dominee.
iii. Lois faible et forte (admis) des grands nombres et theoreme central limite.

4. Introduction aux statistiques (3 semaines)
i. Estimation ponctuelle, statistiques d'echantillonnage : moyenne et variance empiriques.
ii. Biais d'un estimateur, consistance.
iii. Estimation par intervalle de confiance.

Espaces vectoriels normés, calcul différentiel

Volume horaire : 39h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration et M6 Analyse 3.

Enjeux du cours : Approfondir l'etude des espaces vectoriels normes et du calcul differentiel.

Programme du cours :

1. Espaces vectoriels normes (5 semaines)
i. Rappels sur les normes, equivalence des normes, normes sur les espaces de suites et les espaces de fonctions continues bornees.
ii. Applications lineaires et multilineaires continues, norme d'une application lineaire continue.
iii. Completude, espaces de Banach, exemples classiques.

2. Calcul differentiel (5 semaines)
i. Applications differentiables, de classe C1, theoreme des accroissements finis.
ii. Applications lipschitziennes, contractantes, theoreme du point fixe.
iii. Theoremes d'inversion locale et des fonctions implicites en dimension finie.
iv. Derivation d'ordre superieur, fonctions de classe Ck, formules de Taylor.

3. Equations differentielles (3 semaines)
i. Theoreme de Cauchy-Lipschitz, cas lineaire.
ii. Solutions maximales, globales, principe de majoration a priori, lemme de Gronwall*.

Bibliographie : Xavier Gourdon, Les maths en tete – Analyse, Ellipses, 2008.
Francois Rouviere, Petit guide de calcul differentielle a l'usage de la licence et de l'agregation, Cassini, 2003.

Analyse de Fourier

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M5 Integration, M6 Analyse 3.
Enjeux du cours : Approfondir l'etude de l'analyse de Fourier.

Programme du cours :

1. Series de Fourier (6 semaines)
i. Coefficients et series de Fourier sur l’espace L1, lemme de Riemann-Lebesgue.
ii. Theoreme de Dirichlet.
iii. Theoreme de Fejer, theoreme de Weierstrass trigonometrique.
iv. Inegalite de Bessel, formule de Parseval.

2. Espaces de Hilbert (4 semaines)
i. Espaces de Hilbert, exemples des espaces l et L .
ii. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel ferme, sous-espace orthogonal.
iii. Espaces de Hilbert separables, bases hilbertiennes, inegalite de Bessel, formule de Parseval.

3. Transformation de Fourier (3 semaines)
i. Transformation de Fourier sur l’espace L1, formule de Fourier inverse, convolution.
ii. Transformation de Fourier sur l’espace L2, enonce et applications du theoreme de Plancherel*.

Bibliographie : Xavier Gourdon, Les maths en tete – Analyse, Ellipses, 2008. Walter Rudin, Analyse reelle et complexe, Dunod, 2020.

L3 mathématiques enseignement

Semestre 1

Algèbre linéaire 4

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M4 Algebre lineaire 3 , M5 Algebre bilineaire et M6 Structures algebriques.
Enjeux du cours : Approfondir la mise en œuvre de la reduction des applications lineaires.

Programme du cours :

1. Trigonalisation des matrices (2 semaines)
i. Matrices triangulaires, trigonalisables.
i. Caracterisation par le caractere scinde du polynome caracteristique, cas complexe.

2. Polynomes d’endomorphismes et de matrices (7 semaines)
i. Polynomes d’endomorphismes, polynomes annulateurs, polynome minimal, theoreme de Cayley-Hamilton.
ii. Sous-espaces stables, endomorphismes induits, lemme des noyaux, sous-espaces caracteristiques, applications a la diagonalisation et a la trigonalisation.
iii. Matrices nilpotentes, decomposition de Dunford, reduction de Jordan*.
iv. Applications au calcul des puissances et de l’exponentielle des matrices.

3. Espaces hermitiens (4 semaines)
i. Formes sesquilineaires, produits scalaires hermitiens, normes hermitiennes, inegalite de Cauchy-Schwarz, formule de polarisation.
ii. Orthogonalite, sous-espace orthogonal, projection orthogonale.
iii. Familles orthogonales, orthonormales, bases orthonormales.
iv. Endomorphismes adjoints et unitaires.
v. Endomorphismes hermitiens, theoreme spectral.

Analyse complexe

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration, M6 Analyse 3.
Enjeux du cours : Acquerir les bases de l’analyse complexe.

Programme du cours :

1. Fonctions analytiques (5 semaines)
i. Rappels sur les series entieres, rayon et disque de convergence, operations elementaires, continuite et derivabilite.
ii. Fonctions analytiques, caractere holomorphe des fonctions analytiques.
iii. Connexite*, connexite par arcs, principe du prolongement analytique et des zeros isoles.
iv. Exponentielle complexe, fonctions hyperboliques et trigonometriques, determinations du logarithme.

2. Fonctions holomorphes (8 semaines)
i. Fonctions holomorphes, conditions de Cauchy-Riemann.
ii. Integrale sur des chemins, indice d'un point par rapport a un lacet.
iii. Formule de Cauchy, primitives des fonctions holomorphes, analyticite des fonctions holomorphes (admis).
iv. Inegalites de Cauchy, theoreme de Liouville, de d'Alembert-Gauss.
v. Singularites des fonctions holomorphes, series de Laurent, fonctions meromorphes, theoreme des residus.
vi. Fonctions harmoniques, lien avec les fonctions holomorphes, propriete de la moyenne, principe du maximum*.

Bibliographie : Eric Amar et Etienne Matheron, Analyse complexe, Cassini, 2004. Michele Audin, Analyse complexe, 2011.
Walter Rudin, Analyse reelle et complexe, Dunod, 2020.

Algèbre et géométrie pour l'enseignement

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Algebre Lineaire 1, 2 et 3 et structures algebriques

Competences visees : Resoudre des problemes en geometrie, reinvestir les notions de groupes en geometrie

Enjeux du cours : Maitriser le programme de geometrie du college et lycee

Programme du cours :
Utilisation des nombres complexes en geometrie est vue tout au long du programme

1. Les triangles
i. Les droites remarquables du triangle.
ii. Les proprietes des triangles speciaux. Application a la trigonometrie.
iii. Egalite et similitude.

2. Les quadrilateres
i. Definition, types de quadrilateres et caracterisation.

3. Coniques (1 semaine)
i. Classification.
ii. Attributs geometriques.

4. Groupes dans la geometrie
i.Groupe laissant stable une partie du plan.
ii. Les groupes de frises et les groupes de pavages.

5. Espace affine/affine euclidien
i. Parallelisme, theoreme de Thales
ii. Orientation, angles orientes

Analyse numérique

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M4 Fonctions de plusieurs variables, M5 Integration et M6 Analyse 3.

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'analyse numerique dans le cadre des fonctions de la variable reelle et les mettre en œuvre dans le langage Python.

Programme du cours :

1. Calcul approche des zeros d'une fonction (3 semaines)
i. Methodes iteratives, estimation de l'erreur, vitesse de convergence, methodes de Picard et de Newton.
ii. Methodes d'encadrement, methode de la dichotomie.

2. Approximation polynomiale (3 semaines)
i. Interpolation de Lagrange, estimation de l'erreur d'interpolation.
ii. Enonce du theoreme de Weierstrass.

3. Calcul approche d'integrales (3 semaines)
i. Methodes de quadratures elementaires et composees, methodes des rectangles.
ii. Methodes de Newton-Cotes, methode des trapezes.

4. Calcul approche d'integrales (3 semaines)
i. Methodes de quadratures elementaires et composees, methodes des rectangles.
ii. Methodes de Newton-Cotes, methode des trapezes.

5. Resolution approchee des equations differentielles ordinaires (4 semaines)
i. Methodes a un pas, methodes d'Euler, criteres de consistance, de stabilite, de convergence, ordre d'une methode.
ii. Methodes de Runge-Kunta

Bibliographie : Jean-Pierre Demailly. Analyse numerique et equations differentielles, EDP Sciences, 2006.

Semestre 2

Géométrie

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M4 Algebre lineaire 3, M5 Algebre bilineaire, M6 Structures algebriques et M7 Algebre lineaire 4.

Enjeux du cours : Acquerir les bases de l'etude des transformations geometriques. Programme du cours :

1. Geometrie vectorielle (3 semaines)
i. Groupe lineaire, special lineaire.
ii. Transvections, dilatations.

2. Geometrie affine (4 semaines)
i. Espace affine, applications affines, sous-espaces affines, reperes affines.
ii. Groupe affine, homotheties, translations.
iii. Barycentres, parties convexes, enveloppe convexe.

3. Geometrie euclidienne (5 semaines)
i. Groupe orthogonal, special orthogonal, reflexions, rotations.
ii. Isometries affines, deplacements, antideplacements, similitudes.
iii. Classification des isometries et similitudes en dimension 2.
iv. Utilisation des nombres complexes en geometrie plane.

4. Geometrie projective* (1 semaine)
i. Droite, plan et espace projectifs.

Probabilités, statistiques

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M3 Probabilites, M5 Integration, M6 Analyse 3 et M8 Theorie de la mesure.

Enjeux du cours : Approfondir l’etude des probabilites et aborder celle des statistiques.

Programme du cours :
1. Espace probabilise. Operations sur les probabilites (2 semaines)
i. Tribus d’evenements, mesure de probabilite, espace probabilise.
ii. Probabilites conditionnelles et independance.

2. Variables et vecteurs aleatoires (5 semaines)
i. Variables aleatoires, loi, fonction de repartition, esperance, variance
ii. Inegalites remarquables : inegalite de Markov, inegalite de Bienaime-Tchebychev, rappel de l’inegalite de Cauchy-Schwarz.
iii. Rappels sur les variables aleatoires discretes, lois usuelles: uniforme, Bernoulli, binomiale, hypergeometrique, geometrique, Poisson.
iv. Variables aleatoires a densite, lois usuelles : uniforme, normale, exponentielle, gamma. Changement de lois.
v. Vecteurs aleatoires, lois marginales, independance de variables aleatoires.
vi. Fonctions caracteristiques et fonctions generatrices.

3. Theoremes limites (3 semaines)
i. Modes de convergence des suites de variables aleatoires, convergences en moyenne, en moyenne quadratique, en probabilite, presque sure, en loi.
ii. Rappels du theoreme de convergence monotone et du theoreme de convergence dominee.
iii. Lois faible et forte (admis) des grands nombres et theoreme central limite.

4. Introduction aux statistiques (3 semaines)
i. Estimation ponctuelle, statistiques d’echantillonnage : moyenne et variance empiriques.
ii. Biais d’un estimateur, consistance.
iii. Estimation par intervalle de confiance.

Analyse approfondie

Volume horaire : 19,5h de CM et 39h de TD

Prerequis : Analyse 1, 2 et 3
Competences visees : Construction des bases de l'analyse reelle

Enjeux du cours : On admet l'existence du corps des reels ayant la propriete de la borne superieure puis on construit. C'est cet aspect de la construction de la theorie qui est au centre du cours. La plupart des notions sont connues des etudiants, elles sont reprises avec ordre et rigueur pour donner aux etudiants le recul necessaire a l'enseignement de la discipline.

Et pour les TD, on fait les exercices difficiles de L1

Programme du cours :

1. Suite de nombres reels/complexes
Demonstrations a connaitre :
i. Operations sur les limites, passage a la limite dans les inegalites
ii. Suites adjacentes et l'application a la borne superieure
iii. Ecriture decimale des reels

2. Etude des fonctions.
Demonstrations a connaitre :
i. Operations sur les fonctions continues : somme, produit, composee
ii. Theoreme de valeurs intermediaires, l'image d'un segment par une fonction continue
iii. Formule de derivation : produit des fonction, composee de fonctions.
iv. Theoreme de Rolle, theoreme des accroissements finis, inegalite des accroissements finis
v. Caracterisation des fonctions convexes

3. Fonction classiques.
i. Definition de l'exponentielle complexe

ii. Definition de l'exponentielle reelle
iii. Definition du logarithme neperien
iv. Definition des fonctions trigonometriques directes et reciproques

Analyse de Fourier

Volume horaire : 19,5h de CM et 19,5h de TD

Prerequis : Majeures M3 Series, M5 Integration, M6 Analyse 3.
Enjeux du cours : Approfondir l’etude de l’analyse de Fourier.

Programme du cours :

1. Series de Fourier (6 semaines)
i. Coefficients et series de Fourier sur l’espace L1, lemme de Riemann-Lebesgue.
ii. Theoreme de Dirichlet.
iii. Theoreme de Fejer, theoreme de Weierstrass trigonometrique.
iv. Inegalite de Bessel, formule de Parseval.

2. Espaces de Hilbert (4 semaines)
i. Espaces de Hilbert, exemples des espaces l et L .
ii. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel ferme, sous-espace orthogonal.
iii. Espaces de Hilbert separables, bases hilbertiennes, inegalite de Bessel, formule de Parseval.

3. Transformation de Fourier (3 semaines)
i. Transformation de Fourier sur l’espace L1, formule de Fourier inverse, convolution.
ii. Transformation de Fourier sur l’espace L2, enonce et applications du theoreme de Plancherel*.

Bibliographie : Xavier Gourdon, Les maths en tete – Analyse, Ellipses, 2008. Walter Rudin, Analyse reelle et complexe, Dunod, 2020.